7.4.1 Parametrické vyjádření přímky

Př. 1: Jsou dány body $A[1;1;3]$ a $B[2;1;1]$.

a) Najdi parametrické vyjádření přímky *AB*.

b) Rozhodni, zda na přímce leží body $C[4;5;0]$ a $D[-1;1;7]$.

c) Urči zbývající souřadnice bodů $E[4;?;?]$, $F[?;2;?]$ tak, aby ležely na přímce *AB*.

d) Najdi parametrické vyjádření přímky, která je rovnoběžná s přímkou *AB* a prochází bodem $H[0;3;5]$.

a) $\boldsymbol{u} = B - A = (1;0;-2)$ Přímka *AB*: $X = [1;1;3] + t(1;0;-2), t \in R$.

b) Bod $C[4;5;0]$ leží na přímce *AB*, když platí: $4 = 1 + t$, $5 = 1$, $0 = 3 - 2t$.
Není třeba ani počítat, druhá rovnice určitě nevyjde $\Rightarrow$ bod *C* neleží na přímce *AB*.

Bod $D[-1;1;7]$ leží na přímce *AB*, když platí:
$-1 = 1 + t \Rightarrow t = -2$
$1 = 1$
$7 = 3 - 2t \Rightarrow t = -2$. $\Rightarrow$ *D* leží na přímce *AB*.

c) Bod $E[4;?;?]$ leží na přímce *AB*, platí:
$4 = 1 + t$, $? = 1$, $? = 3 - 2t$.
První rovnice: $4 = 1 + t \Rightarrow t = 3$
Třetí rovnice: Musíme dosadit $t = 3$.
Bod *E* má souřadnice $E[4;1;-3]$.

Bod $F[?;2;?]$ leží na přímce *AB*, když platí:
$? = 1 + t$, $2 = 1$, $? = 3 - 2t$.
Druhá rovnice nemůže být nikdy splněna $\Rightarrow$ není možné dopočítat souřadnice bodu *F* tak, aby ležel na přímce *AB*.

d) rovnoběžka s *AB* $\Rightarrow$ $\boldsymbol{u} = B - A = (1;0;-2)$ $H[0;3;5]$

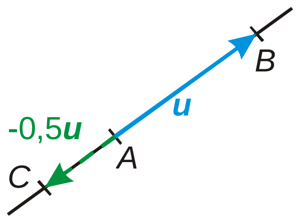
Př. 2: Jsou dány body $A[1;-2;2]$, $B[3;2;0]$. Napiš parametrické vyjádření:

a) přímky *AB* b) úsečky *AB* c) polopřímek *AB* a *BA*.

Na které části přímky leží bod $C[0;-4;3]$?

a) Přímka $AB = \{[1+2t;-2+4t;2-2t], t \in R\}$.

b) Úsečka $AB = \{t \in \langle 0;1 \rangle\}$, c) Polopřímka $AB = \{t \in \langle 0;\infty)\}$, Polopřímka $BA = \{t \in (-\infty;1\rangle\}$.



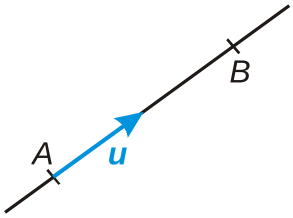
Bod $C[0;-4;3]$ $t = -0,5$

Př. 3: Rozhodni, zda je možné zapsat výsledky předchozího příkladu také takto:

a) přímka $AB = \{[1+t;-2+2t;2-t], t \in R\}$

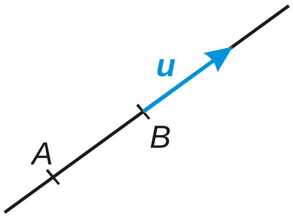
$X = [1;-2;2] + t(1;2;-1) = A + t \cdot 0,5(B - A)$ $\Rightarrow$ jde o parametrické vyjádření přímky *AB*

b) úsečka $AB = \{[1+t;-2+2t;2-t], t \in \langle 0;2 \rangle\}$



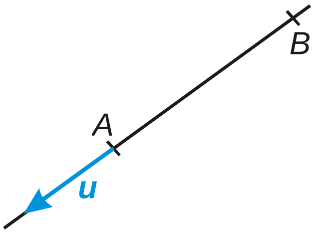
$X = [1;-2;2] + t(1;2;-1) = A + t\cdot\boldsymbol{u}$, kde $\boldsymbol{u} = 0{,}5(B-A)$ $\Rightarrow$ jde o parametrické vyjádření úsečky *AB*, protože platí $B = A + 2\cdot\boldsymbol{u}$

c) polopřímka $AB = \{[3+2t;2+4t;-2t], t \in \langle -1;\infty)\}$



$X = [3;2;0] + t(2;4;-2) = B + t\cdot\boldsymbol{u}$, kde $\boldsymbol{u} = (B-A)$ $\Rightarrow$ jde o parametrické vyjádření polopřímky *AB*, protože platí $A = B + (-1)\boldsymbol{u}$

d) polopřímka $BA = \{[1-t;-2-2t;2+t], t \in \langle -2;\infty)\}$



$X = [1;-2;2] + t(-1;-2;1) = A + t\cdot\boldsymbol{u}$, kde $\boldsymbol{u} = 0{,}5(A-B)$ $\Rightarrow$ jde o parametrické vyjádření polopřímky *BA*, protože platí $B = A + (-2)\boldsymbol{u}$

Př. 4: Jaké jsou možnosti vzájemné polohy dvou přímek $p(A,\boldsymbol{u})$ a $q(B,\boldsymbol{v})$ v prostoru? Jaké změny je nutné provést v diagramu pro určování vzájemné polohy přímek v rovině, aby jej bylo možné použít pro přímky v prostoru?

Př. 5: Jsou dány přímky $p(A,\boldsymbol{u})$ a $q(B,\boldsymbol{v})$; $A[-3;-1;1]$, $B[2;-2;-1]$, $\boldsymbol{u} = (2;1;0)$, $\boldsymbol{v} = (1;-3;-2)$. Urči jejich vzájemnou polohu. Pokud jsou přímky různoběžné, najdi jejich průsečík.

Směrové vektory: $\boldsymbol{u} = (2;1;0)$, $\boldsymbol{v} = (1;-3;-2)$ $\Rightarrow$ neplatí $\boldsymbol{v} = k\boldsymbol{u}$ $\Rightarrow$ zkusíme najít průsečík.

$-3 + 2t = 2 + s$ $\qquad\qquad$ $2t - s = 5$

$-1 + t = -2 - 3s$ $\qquad\qquad$ $t + 3s = -1$

$1 = -1 - 2s$. Upravíme rovnice: $\quad 2s = -2 \Rightarrow s = -1$.

$2t - (-1) = 5 \Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2$

$t + 3(-1) = -1 \Rightarrow t = 2$

průsečík existuje v bodě $P[1;1;1]$.

Př. 6: Petáková:
strana 114/cvičení 4
strana 114/cvičení 6 a) b) c) d)
strana 114/cvičení 8